

1.2 Kräfte im Gleichgewicht

Gleichgewicht. Wenn sich ein Wagen auf einer Straße bewegen soll, muss er durch einen oder zwei Mann angeschoben werden, d. h., es muss auf ihn eine Kraft ausgeübt werden (Bild 1.3). Soll er trotzdem in Ruhe bleiben, muss man auf der anderen Seite mit gleichgroßer Kraft dagegendrücken. Die von beiden Seiten wirkenden Kräfte müssen sich also gegenseitig aufheben, sich das *Gleichgewicht* halten oder – wie man auch sagt – im Gleichgewicht stehen.

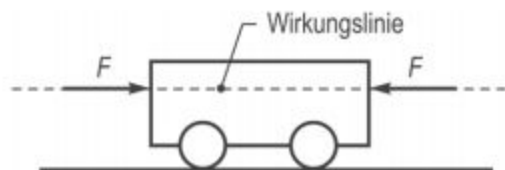


Bild 1.3

Der Wagen bleibt nur dann in Ruhe, wenn die auf ihn wirkenden Kräfte F gleich groß sind.

Wirken auf einen Körper zwei gleich große, entgegengesetzt wirkende Kräfte und wirken diese auf der selben Wirkungslinie, so befindet sich dieser Körper im Gleichgewicht. Die Summe (die Resultierende) aller Kräfte ist Null.

Bauwerke können außer der eigenen Gewichtskraft verschiedenen anderen Kräften ausgesetzt sein. Wind bewirkt z. B. Druck- und Sogkräfte an Dächern und Wänden, schwere Fahrzeuge belasten Brücken, Personen und Einrichtungsgegenstände lasten auf den Decken von Gebäuden. Stets sind gleichgroße Gegenkräfte erforderlich, damit das Bauwerk insgesamt in seiner Ruhelage verharrt.

Die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte, die an einem Bauteil wirken, nennt man „*Statik*“. Ihre Aufgabe ist es, alle Kräfte zu erfassen und über Fundamente sicher auf tragfähigen Baugrund zu übertragen.

Statik kommt von dem lateinischen Wort „stare“, das „stehen“, „in Ruhe sein“ bedeutet. Es kommt also darauf an,

1. die auf einen Bauteil wirkenden Kräfte zu *ermitteln*,
2. die notwendigen Gleichgewichtskräfte (Reaktionskräfte) festzustellen, damit die drei folgenden Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind.

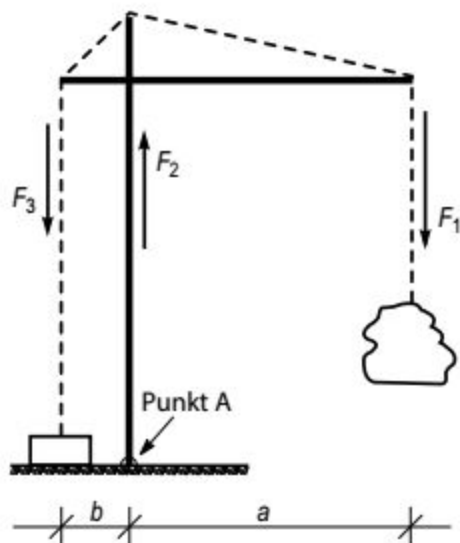
- | | |
|---|------------------|
| 1. Gleichgewichtsbedingung:
Summe (Σ) aller horizontal wirkenden Kräfte = 0 | $\Sigma F_H = 0$ |
| 2. Gleichgewichtsbedingung:
Summe aller vertikal wirkenden Kräfte = 0 | $\Sigma F_V = 0$ |
| 3. Gleichgewichtsbedingung:
Summe aller Momente = 0 (s. Kapitel 5) | $\Sigma M = 0$ |

Eine Kraft bezeichnen wir mit dem Buchstaben „F“ vom englischen Wort „force“ für „Kraft“.

Beispiel 1

Am Ende des auskragenden Kranträgers zieht die Gewichtskraft F_1 der am Zugseil hängenden Last. Gleichgewicht entsteht durch die stützende Auflagerkraft des Krans F_2 und durch die auf dem hinteren Teil des Krans aufliegenden Gegengewichte und der daraus resultierenden Kraft F_3 . Damit der Kran im Gleichgewicht bleibt und nicht nach vorne umkippt, muss auch die Gleichgewichtsbedingung „Summe aller Momente = 0“ erfüllt sein:

$$F_3 \cdot b = F_1 \cdot a$$



Hinweis zu Vorzeichen:

Kräfte → Wirkungsrichtung,
Momente → Drehsinn um einen Punkt

$$\Sigma F_V = 0 = -F_1 + F_2 - F_3$$

$$\Sigma M_A = 0 = F_1 \cdot a - F_3 \cdot b$$

Bild 1.4
Kran – Turmdrehkran

Festigkeit. Es genügt aber nicht, dass der Kran im Gleichgewicht ist, sondern er darf sich unter der Last auch nicht wesentlich durchbiegen oder gar zerbrechen. Erst die Widerstandsfähigkeit des Materials z. B. gegen Druck-, Zug- und Biegebeanspruchung (= Festigkeit) ermöglicht den belasteten Bauteilen die Aufnahme der angreifenden äußeren Kräfte. Die Regeln der *Festigkeitslehre* ermöglichen es, ausreichende Querschnittsabmessungen festzustellen. Die Tragfähigkeit wird wesentlich von der gewählten Querschnittsform und der Eigenfestigkeit des Materials bestimmt.

Nach den Regeln der Festigkeitslehre werden die Abmessungen (Querschnitte) der tragenden Bauteile ermittelt.

Auch hier kommt es wieder darauf an, dass die Kräfte an einem Bauteil im Gleichgewicht sind, denn die von außen wirkenden Kräfte lösen im Innern des Bauteils entgegengesetzt wirkende Reaktionskräfte aus. Dies sind die Festigkeitskräfte (Zusammenhangskräfte) des Materials, die dem Zerreißen, Zerdrücken oder unzulässigen Verformen der Bauteile entgegenwirken.

Die Reaktionskräfte erzeugen Spannungen σ im belasteten Material (z. B. Druck, Zug-, Biegespannungen; σ = griech. sigma).

Ihre natürliche Grenze liegt in der Eigenfestigkeit des Materials. Die Spannungen werden schließlich so groß, dass das Material versagt und bricht.

Spannungen, die zum Bruch eines Materials führen, heißen *Festigkeit* (= Bruchspannung). Unterschiedliche Stoffe erreichen unterschiedliche (materialtypische) Festigkeitswerte.

Übung 2 Beobachten Sie an verschiedenen Bauteilen (z. B. Wände, Stützen, Fundamente, Deckenbalken), welche äußeren Kräfte auf sie wirken und wie diese Kräfte die Bauteile beanspruchen. Auf welche Weise wird das Gleichgewicht der Kräfte erzielt?

1.3 Lasten

Lasten nennen wir alle von außen auf die Teile eines Bauwerks wirkenden Kräfte. Nach der Wirkungsdauer unterscheiden wir zwei Gruppen:

- **ständig wirkende Lasten** wie die Eigenlasten des Tragwerks sowie die fest mit dem Tragwerk verbundenen Bau- und Ausbaulasten (z. B. Mauerwerk, Fußbodenbelag);
- **nicht ständig wirkende Lasten** wie Nutz- und Betriebslasten (Verkehrslasten), leichte Trennwände, Wind und Schnee, Erd- und Wasserdruck.

Beispiel 2

- Zur Belastung einer Holzbalkendecke zählen außer der Balkeneigenlast der Fußbodenbelag, die untere Verkleidung sowie oft noch Materialschichten zur Schall- und Wärmedämmung.
- Der Träger über einer Maueröffnung muss die vergleichsweise geringe Eigenlast aufnehmen und auch die Mauerwerkslasten und Lasten aus Deckenauflagern (Bild 1.5).
- Stütz- und Kellerwände müssen dem Erddruck widerstehen, Behälter und Stauwänden dem erheblichen Wasserdruck (Bild 1.6).

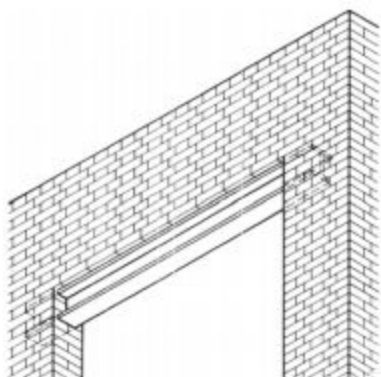


Bild 1.5 Abfangträger sind durch die Last der Mauer und ihre eigene Last belastet, oft auch noch durch Deckenauflagerlasten.

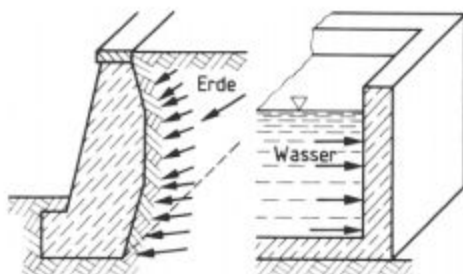


Bild 1.6 Die Stützmauer wird durch Erddruck, die Behälterwand durch Wasserdruck belastet.

- Personen, Einrichtungsgegenstände, Geräte und Maschinen, auch leichte unbelastete Trennwände sind als Nutzlasten der Decke zuzuordnen (Bild 1.7)
- Wind und Schnee sind wesentliche Dachlasten (Bild 1.8). Außenwände mit aussteifenden Querwänden sind dagegen durch Windlast in der Regel nicht gefährdet.

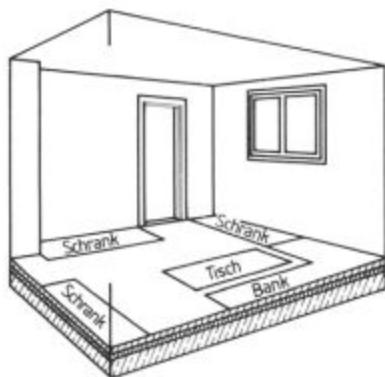


Bild 1.7 Nutzlast auf einer Wohnhausdecke

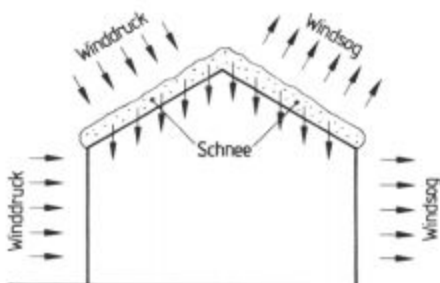


Bild 1.8 Das Gebäude wird durch Winddruck und -sog belastet, das Dach zusätzlich durch Schnee

- f) Eigenlasten können bei Flächentragwerken einen wesentlichen Teil der Gesamtlast ausmachen (z. B. Massivdecken). Bei Stabtragwerken (Stützen und Balken) und Fundamenten ist ihr Anteil dagegen meist gering.

Tragwerke müssen für den ungünstigsten Belastungsfall bemessen werden. Er entspricht der Summe aller Lasten, die gleichzeitig auftreten können. An den gewählten Querschnitten geeigneter Baustoffe ist nachzuweisen, dass die zulässigen Materialspannungen nicht überschritten werden.

Lastannahmen enthalten die vorgeschriebenen Rechenwerte für die statische Berechnung, z. B. im Eurocode.

Einzellasten berechnen wir z. B. aus den Materialangaben zur Baukonstruktion in kN (Bild 1.9), $1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$.

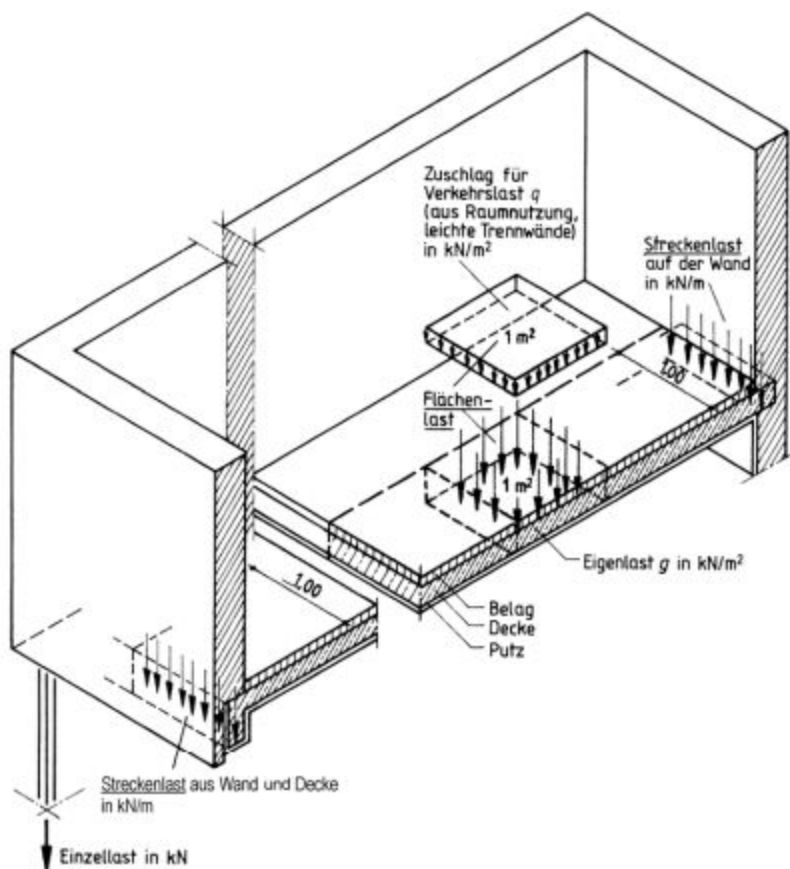


Bild 1.9
Lastarten

Flächenlasten	berechnen wir überwiegend für Dächer und Decken in kN/m ² (Kilonewton je Quadratmeter).	
Streckenlasten	ermitteln wir je m Tragwerk (z. B. Balken, Fundament) in kN/m (Kilonewton je Meter).	
Punktlasten	werden von Stützen und Balkenauflagern übertragen. Wir ermitteln sie in kN (Kilonewton).	
Die Gesamtlast	für Decken berechnen wir aus der Eigenlast g und den Verkehrslasten q .	
Eigenlast aus der Gesamtkonstruktion (einschl. der Ausbaulasten)		$= g$
+ Verkehrslast aus Raumnutzung		$= q$
+ gegebenenfalls Trennwandzuschlag (leichte Trennwände)		$= q'$
= Gesamtlast in kN/m ²		

Beispiel 3

Für die Stahlbetondecke eines Krankenzimmers im Krankenhaus ist die Belastung zu berechnen (Bild 1.10).

a) Eigenlast (s. Tabelle 12.2, Anhang)

für Bodenfliesen	$0,50 \cdot 0,22 \text{ kN/m}^2 = 0,11 \text{ kN/m}^2$ ¹⁾
für Zementestrich	$4,50 \cdot 0,22 \text{ kN/m}^2 = 0,99 \text{ kN/m}^2$
für Faserdämmstoff	$4,00 \cdot 0,01 \text{ kN/m}^2 = 0,04 \text{ kN/m}^2$
für Stahlbetonplatte	$0,16 \cdot 25,00 \text{ kN/m}^3 = 4,00 \text{ kN/m}^2$
für Kalkzementputz	$0,015 \cdot 20,00 \text{ kN/m}^3 = 0,30 \text{ kN/m}^2$

Summe der Eigen- und Ausbaulasten $g = 5,44 \text{ kN/m}^2$

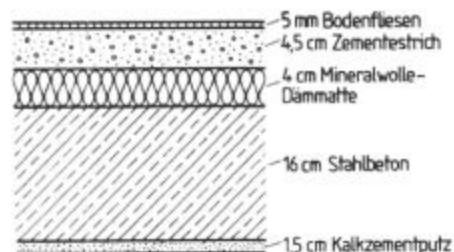


Bild 1.10

Stahlbetondecke in einem Krankenzimmer

¹⁾ Mathematisch genau: $0,50 \text{ cm} \cdot 0,22 \text{ kN}/(\text{m}^2 \cdot \text{cm}) = \frac{0,50 \cancel{\text{cm}} \cdot 0,22 \text{ kN}}{\text{m}^2 \cdot \cancel{\text{cm}}}$.

Wir bleiben jedoch bei der vereinfachten und praxisüblichen Schreibweise.

b) Nutzlast	(Tabelle 12.2, Anhang)	$q = 1,50 \text{ kN/m}^2$
c) Gesamtlast	$g + q$	$= 6,94 \text{ kN/m}^2$

Die Stahlbetondecke muss also für eine maximale Flächenlast von $6,94 \text{ kN/m}^2$ berechnet werden.

Beispiel 4

Welche Streckenlast ist für 1 lfd. m Deckenbalken anzusetzen (Bild 1.11)?

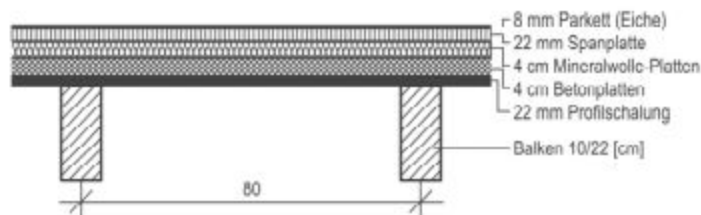


Bild 1.11
Kellerdecke in einem
Altbau

Es wird zunächst die Belastung für 1 m^2 Decke (Flächenlast) ohne Berücksichtigung der Balkenlast berechnet. Diese wird erst nach Berechnung der Deckenlast je lfd. m Träger hinzugeschlagen. Vereinfachend dürfte die Balkenlast auch mit etwa $0,15$ bis $0,20 \text{ kN/m}^2$ Deckenfläche zur Flächeneigenlast g aufgeschlagen werden.

a) **Eigenlast** (Tabelle 12.2 und 12.22)

für Parkett (Eiche)	$0,008 \cdot 8,00 \text{ kN/m}^3 = 0,06 \text{ kN/m}^2$
für Spanplatten	$0,022 \cdot 7,50 \text{ kN/m}^3 = 0,17 \text{ kN/m}^2$
für Faserdämmstoff in Platten	$4,00 \cdot 0,02 \text{ kN/m}^2 = 0,08 \text{ kN/m}^2$
für Betonplatten (Normalbeton)	$0,04 \cdot 24,00 \text{ kN/m}^3 = 0,96 \text{ kN/m}^2$
für Sichtschalung	$0,02 \cdot 5,00 \text{ kN/m}^3 = 0,10 \text{ kN/m}^2$
für Balkeneigenlast = $\frac{0,110 \text{ kN/m}}{0,8 \text{ m}}$	$= 0,14 \text{ kN/m}^2$

$$g = 1,51 \text{ kN/m}^2$$

b) **Nutzlast** (Tabelle 12.2)

$$q = 2,00 \text{ kN/m}^2$$

c) **Gesamtlast**

$$= 3,51 \text{ kN/m}^2$$

d) **Streckenlast**

Die Last jedes Balkenfelds verteilt sich zur Hälfte auf den rechten, zur Hälfte auf den linken Balken. Also hat jeder Balken ein $2 \cdot \frac{80 \text{ cm}}{2} = 80 \text{ cm}$ breites Stück der Decke als Streckenlast zu tragen.

Die Belastungsbreite der Balken ist also hier 80 cm .

1 lfd. m Balken wird demnach belastet

– durch die Streckenlast mit $0,80 \text{ m} \cdot 3,51 \text{ kN/m}^2 = 2,81 \text{ kN/m}$

Die Balkeneigenlast ist bereits in der Deckenlast (a) berücksichtigt.

Beispiel 5

Welche Last hat der Baugrund Bild 1.12 aufzunehmen?

Wird die Last von Bauteilen mit Hilfe der Wichte ermittelt, ist der Rauminhalt stets in m^3 zu berechnen, weil die Wichte in den Normen in kN/m^3 angegeben ist (s. Tabelle 12.1). Die Gewichtskraft G (auch mit F_g bezeichnet) ergibt sich dann aus Volumen mal Wichte.

$$F_g = V \cdot \gamma \left[\text{m}^3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = \text{kN} \right]$$

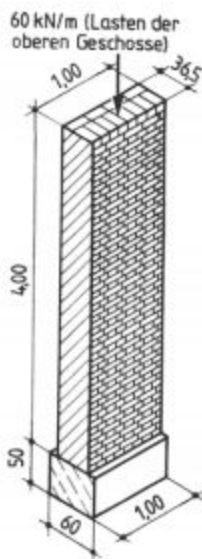


Bild 1.12
Hausmauer mit Betonfundament

Beachten Sie: Die Belastung von Streifenfundamenten berechnen wir stets in Längenabschnitten von 1 m, also als Streckenlast. Somit betrachten wir auch das zugehörige Volumen immer je 1 m und setzen deshalb für V die Einheit m^3/m .

Betrachten wir so die Einheiten der Formel, ergibt sich im Ansatz $\text{m}^3/\text{m} \cdot \text{kN/m}^3$. Durch Kürzen entfällt die Streckenlänge 1 m. Es verbleibt $\text{m}^2 \cdot \text{kN/m}^3$.

Der Formelansatz für Streckenlasten ist dann $G = A \cdot \gamma$ und die Einheit kN/m .

Lasten der oberen Geschosse $= 60,00 \text{ kN/m}$

Mauerwerk aus Vollziegeln mit der Rohdichte $1,8 \triangleq 18 \text{ kN/m}^3$
 $0,365 \text{ m} \cdot 4,00 \text{ m} \cdot 18 \text{ kN/m}^3$ $= 26,28 \text{ kN/m}$

Fundament in Normalbeton
 $0,50 \text{ m} \cdot 0,60 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3$ $= 7,20 \text{ kN/m}$

Fundamentbelastung **93,48 kN/m**

Streifenfundamente übertragen Streckenlasten auf den Baugrund. Deshalb ermittelt man die Lasten eines Gebäudestreifens von 1 m Länge.

Übung 3 Welche Last je m^2 hat das waagerechte Stahlbetondach aufzunehmen, das eine Nutzlast von $4,00 \text{ kN/m}^2$ aufnehmen soll (Bild 1.13; Tabelle 12.2)? Schneelast kann entfallen.



Bild 1.13
Stahlbetondach mit Nutzung als Dachterrasse

Übung 4 Welche Streckenlast haben die Balken der Holzbalkendecke eines Wohnhauses aufzunehmen (Bild 1.14; Tabelle 12.2 und Tabelle 12.3)?

Hinweis: Für den Dämmstoff ist die Belastungsbreite der Balken $0,80 \text{ m} - 0,12 \text{ m} = 0,68 \text{ m}$.

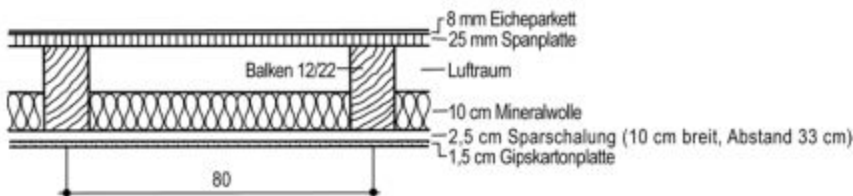


Bild 1.14 Holzbalkendecke

Streckenlasten von Stahlträgern. Im Stahlbau ist es üblich, das eigene „Gewicht“ eines Trägers in den Stahlbauprofiltabellen (s. Tabellen 12.24 bis 12.32) in kg/m anzugeben. Das ist aber die Masse pro Meter Länge und nicht das Gewicht pro Meter Länge.

Wir erhalten aber das von uns benötigte Gewicht in N pro Meter Länge, indem wir den Tabellenwert mit 10 multiplizieren!

$$\text{Gewicht } [\text{N/m}] = 10 \cdot \text{Masse } [\text{kg/m}]$$

Beispielsweise ist für einen Stahlträger I400 (s. Tabelle 12.24) die Tabellenablesung

$$G = 92,4 \text{ kg/m}.$$

Daraus ergibt sich dann das Gewicht pro Längeneinheit zu:

$$10 \cdot 92,4 = 924 \text{ N/m} = 0,924 \text{ kN/m} \quad (\text{mit } 1000 \text{ N} = 1 \text{ kN}).$$